



39a. Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guerrero

Examen selectivo #1 - 26 de sept. de 2025

INDICACIONES GENERALES

- La duración del examen es de 4 horas.
- No está permitido usar calculadoras o dispositivos móviles durante el examen.
- Durante la primera hora del examen puedes hacer preguntas sobre palabras que desconozcas o frases en los planteamientos que no te queden claras.
- IMPORTANTE: Las figuras que acompañan a un problema ilustran de manera **aproximada** la situación planteada.

P R O B L E M A S

1. Supongamos que $n = 2^{75} \cdot 3^{27}$. ¿Cuántos números enteros positivos d satisfacen las tres condiciones siguientes?

A) $d \mid n^2$

B) $d < n$

C) $d \nmid n$

2. A partir de cada vértice de un triángulo ABC, los lados adyacentes se prolongan una longitud igual a lo que mide el lado opuesto.

- Demuestre que los extremos finales de las seis prolongaciones son puntos concíclicos.
- Denotemos con C_{ABC} a la circunferencia que pasa por los seis puntos considerados en el inciso anterior. Demuestre que el centro de C_{ABC} coincide con el incentro del triángulo ABC.

3. Si a y b son números enteros positivos tales que $a \leq b$, representemos con $P_{a,b}$ al producto de los números primos p tales que $a \leq p \leq b$. Demuestre que para todo número entero positivo $n > 1$ se cumple que

$$P_{1,n} \leq 4^{n-1}.$$