

38a. Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guerrero

Etapa Municipal - Mayo de 2024

INDICACIONES GENERALES

- La duración del examen es de 3.5 horas.
- No está permitido usar calculadoras o dispositivos móviles durante el examen.
- Tus respuestas las concentrarás en la hoja de respuestas de la siguiente manera: en las primeras 10 preguntas sólo anotarás la letra del inciso que consideres que responde correctamente a la respectiva pregunta. En las preguntas 11-15 sólo tienes que anotar **el número** que obtengas como resultado después de analizar minuciosamente el problema correspondiente. Cada problema correcto de la primera parte del examen cuenta 5 puntos y cada problema correcto de la segunda parte cuenta 12 puntos.
- **IMPORTANTE:** Las figuras que acompañan a un problema dado ilustran de manera **aproximada** la situación planteada.

§1. PREGUNTAS DE OPCIÓN MÚLTIPLE

1. Juanito realiza una multiplicación de dos números de tres cifras pero, en un arrebato de codicia, decide reemplazar varios de los dígitos que usó por símbolos de dólar (\$). Después de que Juanito hace el reemplazo, su cuenta luce de esta manera:

$$\begin{array}{r}
 \$ \$ 7 \\
 \times 3 \$ \$ \\
 \hline
 \$ 0 \$ 3 \\
 \$ 1 \$ \\
 \$ 5 \$ \\
 \hline
 \$ 7 \$ \$ 3
 \end{array}$$

La hermana de Juanito decide reconstruir la operación realizada por su hermano. Al hacerlo, ¿cuántas veces le aparece el dígito 3 en el número de cinco cifras que obtiene como resultado de la multiplicación?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3
2. Sean p y q dos números mayores que 0 y menores que 1 y tales que $p < q$. De los números que se listan a continuación, ¿cuál es el mayor?
- a) $\frac{p}{q}$ b) $q - p$ c) $\frac{q}{p}$ d) $p \cdot q$
3. Elsa escribe la lista de los números positivos menores que 10 000 que son múltiplos de 35. ¿Cuántos de esos números son múltiplos de 125?
- a) 11 b) 12 c) 80 d) 285

4. ¿Qué número se obtiene al reducir la siguiente expresión?

$$\sqrt[3]{\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 3 \cdot 6 \cdot 12 + \dots + 100 \cdot 200 \cdot 400}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + 3 \cdot 9 \cdot 27 + \dots + 100 \cdot 300 \cdot 900}}$$

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2}$

c) 1

d) Ninguna de las opciones anteriores.

5. Ernesto tiene varios dados idénticos de 20 caras etiquetadas con los números del 1 al 20. Cuando los lanza todos juntos, la probabilidad de obtener el número 20 exactamente una vez es igual a la probabilidad de no obtener el número 20 en ninguno de los dados. ¿Cuántos dados tiene Ernesto en total?

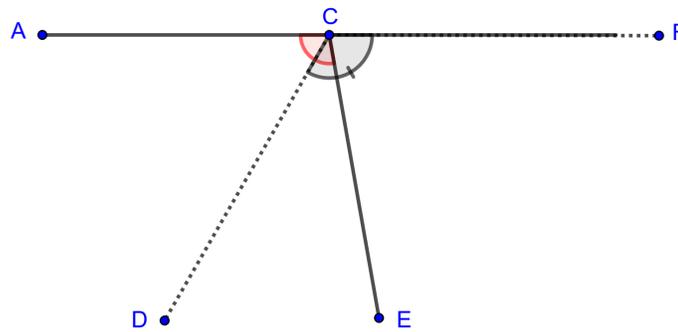
a) 1

b) 9

c) 11

d) 19

6. Considere la siguiente figura. Si los puntos A , C y F son colineales, $\angle ACE = 100^\circ$ y $\angle FCD = 120^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo DCE ?



a) 40°

b) 50°

c) 60°

d) No se puede determinar.

7. $A111\dots111B$ es un número de 2024 cifras (esto es, A y B representan números enteros entre 0 y 9). Si el número ha de ser múltiplo de 72, entonces el producto $A \cdot B$ es igual a:

a) 0

b) 2

c) 3

d) 6

8. Considere la ecuación $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$. Si x_1 , x_2 y x_3 son las tres raíces de esa ecuación, ¿a cuánto es igual $(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^{2025}$?

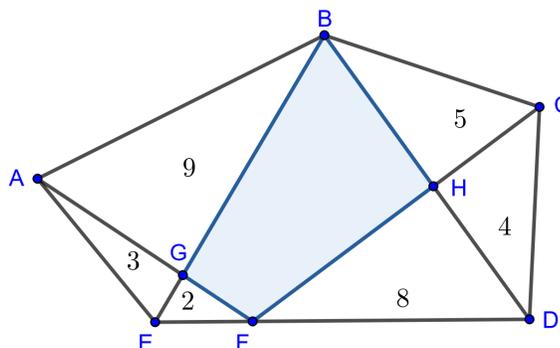
a) -1

b) 0

c) 1

d) 7^{2025}

9. Un pentágono está partido en siete regiones (como se muestra en la figura). El número dentro de las regiones triangulares indica el área de la región que lo contiene (por ejemplo, el área de $\triangle AEG$ es 3 mientras que el área de $\triangle DCH$ es 4). El área del cuadrilátero $BHFG$ es igual a:



a) 7

b) 14

c) 15

d) 16

10. Miguel va a leer un libro de cada uno de los siguientes géneros: novela, ciencia ficción, juvenil, policiaco y terror. La única condición que se impone es que para leer el libro de terror debió haber leído el libro del género de ciencia ficción. ¿De cuántas formas puede leer estos cinco libros si los leerá uno tras otro?

a) 4

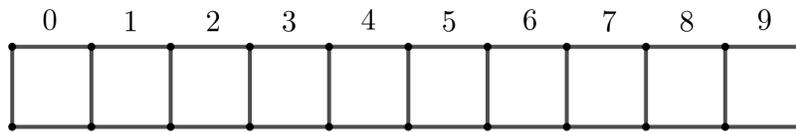
b) 10

c) 5!

d) $6(1 + 2 + 3 + 4)$

§2. PREGUNTAS DE RESPUESTA CORTA

11. Al colocar un dígito (es decir, un número del conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$) en cada una de las diez celdas que aparecen a continuación se forma un número de 10 cifras. Pepito ha logrado hacer el llenado de las celdas de tal modo que se cumple lo siguiente: el dígito que anotó en la celda debajo del 0 coincide con el número de ceros en el número completo de 10 cifras, el dígito que anotó debajo del 1 coincide con el número de unos en el número completo de 10 cifras y así sucesivamente, hasta llegar a la última celda, en la cual escribió un dígito que indica el número de nueves en el número completo de 10 cifras. ¿Cuál es el número de 10 cifras que formó Pepito?



12. Pepito cursa siete materias. Un día sacó el promedio de sus calificaciones en el primer bimestre del ciclo escolar pero omitió considerar las calificaciones que había obtenido en física e inglés; el resultado que obtuvo fue 9.1. Si hubiera promediado únicamente sus calificaciones en física e inglés, el resultado que habría obtenido es 6.3. ¿Cuál es el promedio que Pepito realmente tuvo durante el primer bimestre de ese ciclo escolar?

13. Encuentre el número entero positivo más pequeño que cumple con las tres condiciones siguientes:

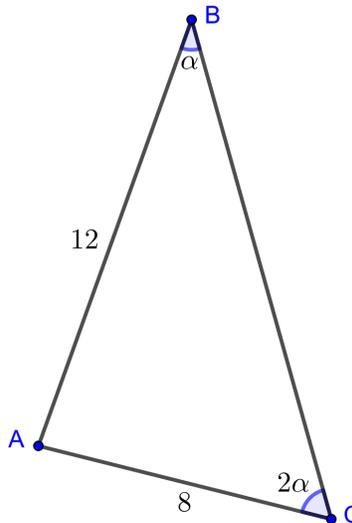
i) Tiene exactamente 6 divisores positivos,

ii) tres de ellos son múltiplos de 2 y

iii) cuatro de ellos son múltiplos de 3.

14. ¿Cuál es el resto que se obtiene al dividir el número $2024^{99} - 2024$ entre el número $2024^2 + 2025$?

15. En el triángulo de la figura se tiene que $\angle ABC = \alpha$, $\angle BCA = 2\alpha$ y que $AB = 12$ m y $CA = 8$ m. Si se sabe que el área del triángulo es igual a $\kappa \cdot \sqrt{7}$ m², donde κ es un número entero, entonces ¿a qué número es igual κ ?





38a. Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guerrero Etapa Municipal - Mayo de 2024

Nombre completo del estudiante: _____

Fecha de nacimiento: _____

Escuela de procedencia: _____

Nivel educativo: () 1o. de secundaria () 2o. de sec. () 3o. de sec. () 1o. de prepa. () 2o. o 3o. de prepa.

Correo electrónico del estudiante o de su tutor: _____

CONCENTRADO DE RESPUESTAS

Pregunta 1. [_____]

Pregunta 2. [_____]

Pregunta 3. [_____]

Pregunta 4. [_____]

Pregunta 5. [_____]

Pregunta 6. [_____]

Pregunta 7. [_____]

Pregunta 8. [_____]

Pregunta 9. [_____]

Pregunta 10. [_____]

Pregunta 11. [_____]

Pregunta 12. [_____]

Pregunta 13. [_____]

Pregunta 14. [_____]

Pregunta 15. [_____]