

## 38a. OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS (GRO. - EXAMEN ESTATAL - 07/09/2024)

### INDICACIONES GENERALES

- La duración del examen es de 4.5 horas.
- No está permitido usar calculadoras o dispositivos móviles durante el examen.
- Durante la primera hora del examen puedes hacer preguntas sobre palabras que desconozcas o frases en los planteamientos que no te queden claras.
- **IMPORTANTE:** Las figuras que acompañan a un problema ilustran de manera **aproximada** la situación planteada.

### P R O B L E M A S

#### 1. La sucesión infinita de números

1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 17, ...

se forma de la siguiente manera: se coloca el primer número impar (1), luego se anotan los dos números pares que van después del 1, después se escriben los tres números impares siguientes al último número par colocado (5, 7 y 9), luego los cuatro números pares siguientes al último número impar que se colocó y así sucesivamente. ¿Cuál es el número impar más cercano al 2024 que aparece en esa sucesión numérica?

2. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$  se tiene que  $\angle BAD + \angle ABC = 120^\circ$ ,  $AD = BC = 5$  cm y  $AB = 8$  cm. Además, hacia el exterior del cuadrilátero se construye el triángulo equilátero  $CDE$ . Demuestre que el triángulo  $ABE$  también es equilátero.

3. Ana y Benito juegan por turnos el siguiente juego. Inicialmente hay un montón de 2023 piedras. En su primer turno, Ana escoge un divisor de 2023 y retira ese número de piedras del montón inicial. Posteriormente, Benito escoge un divisor del número de piedras restantes y retira ese número de piedras del montón que recibe y así sucesivamente. Pierde el jugador que retira la última piedra. ¿Alguno de los jugadores de este juego puede idear una estrategia que le permita ganar siempre? En caso de que la respuesta sea afirmativa, especifique quién de los dos jugadores puede hacerlo y describa la estrategia.

#### 4. Determine todos los números enteros positivos $n$ tales que

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

es igual a un número conformado por puros unos.