PROBLEMAS DE PRÁCTICA

(Semana 2)

1. ¿Es primo el número $20\,201\,234\,567\,892\,021$?

2. Demuestre que si p y q son números primos tales que $\frac{p^2+q^2}{p+q}$ es un número entero entonces $p = q$.

3. Determine todas las ternas (p, q, r) de números primos que cumplen

$$\frac{p}{r+q} + \frac{q}{p+r} = 1.$$

4. ¿Para cuántos números enteros n se cumple que $n^4 + 4^n$ es un número primo?

5. Demuestre que $6 \mid (7^n - 1)$ para todo número entero positivo n.

6.

a. Demuestre que para todo número entero positivo n se cumple que

$$11 \mid (3^{2n+2} + 2^{6n+1}).$$

b. Demuestre que para todo número entero positivo n se cumple que

$$(3)(5^{2n+1}) + 2^{3n+1}$$

es divisible por 17.

7. Demuestre que para todo número entero positivo n se cumple que $64 \mid (3^{2n+2} - 8n - 9)$.

8. $2^{2^0} + 1, 2^{2^1} + 1, 2^{2^2} + 1, 2^{2^3} + 1$ y $2^{2^4} + 1$ son números primos. ¿Hay algo que la evidencia anterior le permita concluir sobre $2^{2^5} + 1$?

9. Encuentre el menor entero positivo tal que la suma de sus dígitos es 2001 y el producto de sus dígitos es 2^{751}.

10. Demuestre que $4n^3 + 6n^2 + 4n + 1$ es un número compuesto para todo número entero positivo n.

TEORÍA DE NÚMEROS PARA LA OLIMPIADA ESTATAL

Gro., México; a 25 de julio de 2020.