PROBLEMAS DE PRÁCTICA

(Semana 1)

1. ¿Es posible encontrar números enteros r y s de tal manera que $8r+12s = 150$? Justifique adecuadamente su respuesta.

2. Determine todos los pares ordenados (a, b) de números enteros positivos que satisfacen las dos condiciones siguientes:

$$(a+b)^2 = 2304 \quad \text{y} \quad a^2 + b^2 = 1250.$$

3. ¿Para qué números naturales n se cumple que $\frac{11+n}{2n-1}$ es un número entero?

4. ¿Para qué números enteros m se cumple que $\frac{m(m+3)}{m-1}$ también es un número entero?

5. ¿Para qué números naturales n se cumple que $(3^{n-1}+5^{n-1}) \mid (3^n+5^n)$?

6. ¿Cuántos números enteros positivos tienen la propiedad de que al eliminarles la última cifra el nuevo número es $\frac{1}{14}$ del número original?

7. Emilio y su mamá tienen edades que, al ser escritas, usan los mismos dos dígitos. Si la diferencia de edades es 27 y Emilio es menor de edad, ¿cuál es la edad de Emilio?

8. ¿Cuál es el menor múltiplo de 99 cuyos dígitos suman 99 y que empieza y termina con 97?

9. Un número *guerrero* es un número, como 46 o 132, que tiene al menos un divisor común mayor que 1 con el mismo número invertido. El número 46 es un número guerrero porque 46 y 64 (46 invertido) son divisibles por 2. El número 132 también lo es porque 132 y 231 son divisibles por 3. ¿Puede encontrar cinco números consecutivos que sean números guerreros?

10. Determine todos los números enteros x, y que cumplen que

$$(x^3-1)(y^3-1) = 3(x^2y^2+2).$$

TEORÍA DE NÚMEROS PARA LA OLIMPIADA ESTATAL

Gro., México; a 17 de julio de 2020.